

Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza

Etec Professor Francisco dos Santos

Técnico em Redes de Computadores

## **Medição e navegação inercial em sistemas strapdown**

Inertial measurement and navigation in strapdown systems

Diogo Boldrim<sup>1</sup>

Vinnicius Boldrim Santos<sup>2</sup>

### **Resumo:**

Atualmente os sistemas de navegação na aviação, em embarcações, satélites, veículos autônomos, realidade aumentada, smartphones, robótica, entre outros., possuem uma taxa de variação posicional com relação à navegação ideal, esta variação ocorre principalmente devido a erros de deriva causados pela gravidade e imprecisão dos sensores, assim como outros fenômenos. Este artigo tem por objetivo desenvolver um protótipo de um sistema de navegação com base e sensores de aceleração e rotação apresentando o quão grande é esta taxa de variação e quais os impactos nos sistemas inerciais. A pesquisa deste artigo, foi realizada através do conteúdo de canais digitais, através de artigos, sites, vídeos e relatórios disponíveis na rede para fins de estudo e consulta a fim de desenvolver o conteúdo que é abordado neste artigo. O conteúdo relatado, passa pela parte teórica que explica sobre os sistemas inerciais de navegação, dê de seu conteúdo mais simples até as

---

<sup>1</sup> Aluno do curso Técnico em Redes de Computadores na Etec Prof. Francisco dos Santos. [diogo.boldrim@etec.sp.gov.br](mailto:diogo.boldrim@etec.sp.gov.br)

<sup>2</sup> Aluno do curso Técnico em Redes de Computadores na Etec Prof. Francisco dos Santos. [vinnicius.santos@etec.sp.gov.br](mailto:vinnicius.santos@etec.sp.gov.br)

equações e recursos necessários para que os sistemas funcionem na prática, passando por introdução, metodologia, fundamentação, dados, resultados, considerações finais etc. Na história, o sistema de navegação inercial passou a ter um maior desenvolvimento, a partir da segunda guerra mundial, onde teve grande influência para calcular a rota e a trajetória de mísseis, e desde então passou a ter um pleno desenvolvimento nos campos da ciência e da tecnologia, especialmente na física, engenharia, medicina e navegação. Nestes campos estes sensores se destacam devido a capacidade de determinação posicional a curto prazo sem erros de deriva elevados sem auxílio de dados externos como sistemas de navegação a rádio, isto torna-os altamente resistentes a interferências de qualquer tipo, característica que nestes setores é de extrema importância. O princípio pelo qual unidades inerciais funcionam, indiferentemente das nuances por trás destas como diferenças sensoriais, é a integração de dados como aceleração angular e linear e compensação por erros através da fusão dos sensores disponíveis a fim de minimizar erros de deriva, deste modo, o estabelecimento de um eixo de referência inercial através de um sistema de rotação como o sistema de Euler ou através dos Quatérnios se torna desejável, permitindo a integração ao eixo de referência global obtido através de sensores externos como os sistemas GNSS.

**Palavras-chave:** Navegação; inercial; sistema; eixo; referência; sensor.

**Abstract:**

Currently the navigation systems in aviation, in sea vessels, satellites, autonomous vehicles, augmented reality, smartphones, robotics, and so forth., possess a positional variance rate in relation to ideal navigation, this variation occurs mainly due to drift errors caused by gravity and the imprecision of the sensors, as well as due to other phenomena. The objective of this article is to develop a prototype navigation system with acceleration and rotation sensors as basis to demonstrate the magnitude of this variance rate and which impacts such has on inertial systems. The research presented by this article was made possible through content in digital mediums such as other articles, websites, videos and reports available online for study and consultation in order to develop the content that is covered in this article. The content here mentioned

passes through the theoretical element which describes the inertial navigation systems from the simplest form through to equations and methods necessary for practical functioning of such systems, passing through introduction, methodology, foundation, data, results, final considerations et cetera. In history, the inertial navigation system had greater development from the second world war forward, where it had great influence in calculating the route and trajectory of missiles and since then had ample development in the scientific and technological fields, especially in physics, engineering, medicine, and navigation. In these fields these sensors distinguish themselves due to the positional determining capacity in short periods of time with low drift rates without external data input aid such as in radio navigation systems, this makes these systems highly resistant to interference of any type, a characteristic which is of extreme importance in these sectors. The principle through which these inertial units function, regardless of the nuances behind these like sensorial differences, is the integration of data such as angular and linear acceleration and the error compensation through the fusion of available sensors in aim to minimize drift errors, in this way establishing an inertial reference frame through a rotation system such an Euler's system or through Quaternions becomes desirable, permitting the integration of the global reference frame obtained through external sensors like GNSS systems.

**Key-Words:** Navigation; inertial; system; axis; reference; sensor.

## 1 INTRODUÇÃO

Sistemas de medição inercial são usados em diferentes aplicações, exemplos notáveis são o uso em aviação, embarcações, satélites, veículos autônomos, realidade aumentada, smartphones, robótica etc.

A pesquisa visa investigar e expor os usos da medição inercial em função auxiliar a sistemas como o GPS, GNSS, GLONASS etc., assim como desenvolver um protótipo demonstrativo para o estudo das dificuldades relacionadas a correção dos erros de deriva causados por fatores naturais.

Esta investigação irá servir como um guia de estudo de viabilidade destas aplicações, expondo a severidade dos problemas intrínsecos aos sensores inerciais, desta forma promovendo a agregação de dados que possam ser usados futuramente em projetos que envolvam os sistemas inerciais *strapdown*.

A necessidade de determinar a posição do sistema requer o cancelamento da aceleração gravitacional, compensação dos erros determinísticos causados pelo mal alinhamento dos sensores etc., isto porque estes causarão severos erros de deriva na posição e logo reduzirão a precisão do complexo de navegação.

A solução destes problemas é realizada com a utilização dos recursos disponibilizados por autores, incluindo, mas não limitado a: código *Open-Source* disponibilizado por pesquisadores, pesquisas realizadas na área que combinam os sensores de rotação e aceleração para reduzir estes erros e através do uso de sensores suficientemente precisos, isto é, de classe ideal para a aplicação em que serão usados.

## **2 METODOLOGIA**

De acordo com Fachin (2001), o método comparativo se caracteriza pela investigação de diferentes informações para expor suas diferenças. O método aborda naturezas análogas nestas informações a fim de exibir suas semelhanças.

Será usado o método comparativo, isto é, a comparação das pesquisas de diferentes autores a fim de obter o meio comum entre as diferenças, desta forma contornando os erros encontrados por estes autores.

Segundo Traina e Traina Júnior (2009), a pesquisa bibliográfica digital tem o objetivo de identificar a mensagem principal das referências, os recursos (parceiros) utilizados no desenvolvimento das referências e a motivação para a criação do trabalho.

A pesquisa foi realizada através da leitura de artigos e textos acadêmicos disponíveis no domínio público assim como a análise do código disponibilizado pelo Instituto de Tecnologia de Massachusetts.

## **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

O trabalho se desenrolará em seções, com o estabelecimento do contexto histórico do tema primeiramente, após isto a exposição do ponto de vista de diferentes autores sobre os campos nos quais os sistemas inerciais demonstram maior utilidade e seus pontos de falha, comparando entre estes os pontos divergentes e convergentes, terceiromente, um método geral pelo qual a navegação inercial pode ser derivada de um sistema em *strapdown* será descrito e logo os dados obtidos assim como os resultados e conclusões serão apresentados.

### 3.1 PARTE HISTÓRICA

Segundo a Wikipédia (2023), as unidades de medição inercial são fundamentais em muitos campos da ciência e da tecnologia, especialmente na física, engenharia, medicina e navegação. A história dessas unidades remonta a alguns séculos, mas sua compreensão moderna e aplicação prática se desenvolveu demasiadamente nos últimos séculos. A origem das unidades inerciais está ligada ao estudo do movimento, com seres humanos observando e tentando entender o movimento dos corpos e dos objetos ao seu redor.

No século XVII as bases da física moderna começaram a ser estabelecidas com Isaac Newton formulando suas leis do movimento e da gravitação, que forneceram um arcabouço matemático preciso para descrever o comportamento dos corpos em movimento. As leis de Newton são fundamentais para a compreensão da inércia, que é a tendência dos objetos de manter seu estado de movimento ou repouso a menos que sejam influenciados por forças externas. (Wikipédia, 2024)

Com o avanço da física e da engenharia nos séculos seguintes, surgiram instrumentos e técnicas cada vez mais sofisticados para quantificar e compreender o movimento e a inércia, isto levou ao desenvolvimento de sistemas específicos para a descrição de propriedades como orientação, aceleração e posição (Guilherme, 2013).

Um dos primeiros sistemas de navegação inercial chamado *Dead Reckoning*, segundo Wikipédia (2024), serviu como o conceito pelo qual sistemas inerciais atuais funcionam, o nome apareceu em 1613 quando o uso deste princípio por navegadores

se popularizou. O princípio é o método pelo qual unidades inerciais funcionam, sendo capazes de realizar os cálculos automaticamente ao invés de manualmente (Lavieri, 2011).

Um desenvolvimento notável neste campo foi durante a segunda grande guerra, com a guiagem de certos mísseis utilizando um sistema inercial de giroscópios e acelerômetros para determinar sua trajetória durante as fases iniciais do voo; Neste período, o Instituto de Tecnologia de Massachusetts estava estudando a navegação inercial, estes estudos levaram ao desenvolvimento de sistemas usados em outros mísseis, levando a tecnologia a ser usada em outras aplicações após suficiente desenvolvimento (Tazartes, 2014, p. 1).

Segundo Ferri (2017) e Mori (2013), hoje, as unidades de medição inercial são amplamente utilizadas em uma variedade de aplicações, na física, engenharia e até medicina, essas unidades são de extremo auxílio para a análise de sistemas mecânicos, realização de cirurgias, navegação de aeronaves e veículos espaciais etc.

## **3.2 TRABALHO DE PESQUISA**

### **3.2.1 Conceito – Sistemas Inerciais e Navegação Inercial**

Sistemas inerciais devem medir o movimento linear e/ou angular através de sensores como giroscópios, acelerômetros, magnetômetros, barômetros etc. (Mori 2013), (Durão, 2009). As funções destes sistemas são descritas em maior detalhe como segue:

Navegação inercial é o processo pelo qual se estabelecem informações sobre a posição, velocidade, atitude e direção de um veículo com relação a um referencial, utilizando informações fornecidas por sensores inerciais que se baseiam nas leis de movimento de Newton. (Souza; Leite Filho, 2012, p. 2).

O SISNAV deve ser capaz de fornecer, ao longo do tempo:

- Atitude (ângulos de Euler com relação ao triedro de navegação);
- Vetor velocidade angular ao qual o equipamento esteja submetido;
- Vetores de posição e velocidade referentes ao triedro de navegação;
- Força específica em seus eixos de referência para possível uso nas malhas de pilotagem bem como no sequenciamento de eventos;
- Palavra de status do equipamento, incluindo informações de temperatura.

(Souza; Leite Filho, 2012, p. 3).

De acordo com Mori (2013), sistemas inerciais de alta precisão tem utilização predominante em aplicações militares e na aviação comercial devido ao custo associado com alta precisão. Navegação inercial é extremamente importante, segundo Rocha (2006), para países que desejam elevar as áreas aeronáuticas, espaciais e militares em termos de tecnologia.

Contanto que a precisão destes sistemas seja suficiente, navegação automática até pontos pré-determinados em um sistema de coordenadas fixo se torna possível, veículos autônomos se tornaram ainda mais comuns recentemente com a navegação destes sendo auxiliada em alguma capacidade por uma UNI (Milanés; et al., 2008, p. 628).

A integração de múltiplos sensores inerciais, como acelerômetros e giroscópios, assim como barômetros, magnetômetros, termômetros, GPS etc., permite uma medição precisa da posição, orientação e movimento do sistema, isto porque fatores como a temperatura, gravidade, pressão atmosférica, desalinhamento dos eixos dos sensores e até a rotação da terra podem afetar a precisão destes sensores, logo integrando-os o CEP pode ser demasiadamente diminuído (Santana, 2011), Isto é crucial em aplicações onde a precisão é essencial, como navegação aérea, espacial e marítima, bem como em aplicações de controle de movimento em robótica (Ambrósio, 2010).

A integração de vários sensores inerciais pode fornecer uma camada adicional de redundância e tolerância a falhas. Se um sensor falhar ou apresentar problemas, os dados de outros sensores podem ser usados para manter a precisão da medição e navegação, aumentando assim a confiabilidade do sistema como um todo (Durão, 2009).

Conforme Rocha (2006), os sistemas inerciais são menos suscetíveis a interferências externas, como obstruções de sinal, condições atmosféricas adversas ou ambientes com alta densidade de sinais eletromagnéticos, isto os torna adequados para uso em ambientes desafiadores, como espaços fechados, áreas urbanas densas e embaixo d'água.

Em comparação com sistemas de navegação baseados em tecnologias como GPS ou sistemas de posicionamento a laser, os sistemas de medição inercial tendem a ter custos mais baixos, tornando-os uma opção atraente para uma variedade de

aplicações, especialmente aquelas com orçamentos limitados como projetos de robótica amadores (Stuhler, 2022, p. 6).

Estas vantagens fazem da integração de medição e navegação inercial uma escolha popular em uma ampla gama de aplicações onde a precisão, autonomia e resistência a interferências são essenciais (Castro, 2019).

### **3.2.2 Precisão das medidas angulares e lineares**

De forma a garantir precisão em casos de mudança instantânea dos vetores de movimento, sensores devem ter altas taxa de amostragem, por volta de 1kHz ou mais para permitir o uso de filtros de ruído causado por estas alterações de orientação e velocidade, como o EKF ou o LSE (Ferri, 2017).

Estas taxas de amostragem assim como a precisão dos próprios sensores são desejáveis para navegação com média à alta precisão com CEP *rate* em torno de 1 milha náutica por hora ou menos. (Ambrósio, 2010).

Segundo Ferri (2017) e Mori (2013) A precisão sofre efeitos negativos com o efeito da gravidade, já que esta toma a forma de aceleração constante para os acelerômetros lineares, desta forma a eliminação desta aceleração através da fusão de sensores se torna um alvo importante para a navegação com CEP *rate* baixo.

### **3.2.3 Métodos de operação e resolução dos problemas apresentados**

Métodos e equações são derivados das fórmulas de Euler como descritas nos artigos de Slabaugh (1999), Eberly (1999), Premerlani e Bizard (2009), Santana (2011) e Ambrósio (2010).

### **3.2.4 Integração da Aceleração Angular para o Eixo de Referência Inercial**

A fim de determinar posições com o deslocamento, a orientação do sistema deve ser definida. A integração da aceleração e velocidade angular, assumindo que a aceleração angular nos eixos XYZ é dada em radianos/s<sup>2</sup> deve ser realizada para obter a rotação.

Aceleração angular é representada pelo vetor  $\vec{\alpha}$  escrito:

$$\vec{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x(t) \\ \alpha_y(t) \\ \alpha_z(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$

Pós integração, o vetor de velocidade angular  $\vec{\omega}$  é obtido:

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} \omega_x(t) \\ \omega_y(t) \\ \omega_z(t) \end{bmatrix} = \int_0^t \vec{\alpha} \cdot \Delta_t \quad (2)$$

Da mesma forma, integrando a velocidade angular as rotações  $\psi, \theta, \varphi$  são obtidas e resultam no vetor de rotação  $\vec{\theta}$ :

$$\vec{\theta} = \begin{bmatrix} \psi(t) \\ \theta(t) \\ \varphi(t) \end{bmatrix} = \int_0^t \vec{\omega} \cdot \Delta_t \quad (3)$$

Este vetor indica o deslocamento da rotação inicial não definida, para definir ou calibrar a orientação o ângulo inicial  $\vec{\theta}_0$  é adicionado, originando no vetor  $\vec{\theta}_F$ :

$$\vec{\theta}_F = \begin{bmatrix} \psi_F \\ \theta_F \\ \varphi_F \end{bmatrix} = \vec{\theta}_0 + \vec{\theta} \quad (4)$$

Onde a matriz angular inicial  $\vec{\theta}_0$  é definida como:

$$\vec{\theta}_0 = \begin{bmatrix} \psi_0 \\ \theta_0 \\ \varphi_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Esta integração obtém a rotação total que precisa ser normalizada através do modulo da seguinte forma, trazendo o vetor  $\hat{\theta}$ :

$$\hat{\theta} = \begin{bmatrix} \psi_{[0,\tau]} \\ \theta_{[0,\tau]} \\ \varphi_{[0,\tau]} \end{bmatrix} = \text{mod}(\vec{\theta}_F, \tau) \quad (6)$$

Ao fim, as rotações nos três eixos normalizados são definidas através dos ângulos de Euler na sequência XYZ, retornando a real orientação no eixo de referência inercial, para isto as matrizes de rotação  $R_x, R_y, R_z$  são usadas:

$$R_x(\psi_{[0,\tau]}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$R_y(\theta_{[0,\tau]}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$R_z(\varphi_{[0,\tau]}) = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) & 0 \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

A matriz final terá a seguinte estrutura e forma:

$$R = \begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} & r_{xz} \\ r_{yx} & r_{yy} & r_{yz} \\ r_{zx} & r_{zy} & r_{zz} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$R = R_x(\psi_{[0,\tau]}) \times R_y(\theta_{[0,\tau]}) \times R_z(\varphi_{[0,\tau]}) =$$

$$\begin{bmatrix} c(\theta) \cdot c(\varphi) & c(\theta) \cdot -s(\varphi) & s(\theta) \\ -s(\psi) \cdot -s(\theta) \cdot c(\varphi) + c(\psi) \cdot s(\varphi) & -s(\psi) \cdot -s(\theta) \cdot -s(\varphi) + c(\psi) \cdot c(\varphi) & -s(\psi) \cdot c(\theta) \\ c(\psi) \cdot -s(\theta) \cdot c(\varphi) + s(\psi) \cdot s(\varphi) & c(\psi) \cdot -s(\theta) \cdot -s(\varphi) + s(\psi) \cdot c(\varphi) & c(\psi) \cdot c(\theta) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Rotacionadas em sequência XYZ com a matriz de rotação  $R$ , as orientações do eixo de referência inercial  $\psi_x, \theta_y, \varphi_z$  são obtidas da seguinte forma:

$$\psi_x = \tan^{-1}(r_{yz} \div r_{zz}) \quad (12)$$

$$\theta_y = \tan^{-1}(-r_{xz} \div \sqrt{r_{xy}^2 + r_{xx}^2}) \quad (13)$$

$$\varphi_z = \tan^{-1}(r_{xy} \div r_{xx}) \quad (14)$$

### 3.2.5 Eixo de referência inercial e Integração da Aceleração Linear

A fim de representar a posição do sistema no eixo de referência inercial, a intensidade da aceleração (Dada em metros/s<sup>2</sup>) no mesmo deve ser definida para que a integração da velocidade, deslocamento e o cancelamento da gravidade (Dado um sensor suficientemente preciso) possam ser efetuados:

Representada pelo vetor de aceleração  $\vec{a}$  escrito:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} a_x(t) \\ a_y(t) \\ a_z(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

A matriz do vetor tridimensional de aceleração é multiplicada com a matriz de rotação  $R$  resultando na matriz de aceleração transformada  $\vec{a}_T$ :

$$\vec{a}_T = R \times \vec{a} = \begin{bmatrix} r_{xx}a_x + r_{xy}a_y + r_{xz}a_z \\ r_{yx}a_x + r_{yy}a_y + r_{yz}a_z \\ r_{zx}a_x + r_{zy}a_y + r_{zz}a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x^T(t) \\ a_y^T(t) \\ a_z^T(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

A este ponto, dada precisão suficiente, a eliminação da gravidade é simples:

$$\vec{a}_F = \vec{a}_T - \vec{g} = \begin{bmatrix} a_x^T(t) \\ a_y^T(t) \\ a_z^T(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (17)$$

Integrando o vetor de aceleração final  $\vec{a}_F$  pelo intervalo de tempo  $\Delta_t$  transformado se obtém o vetor de velocidade:

$$\vec{v} = \begin{bmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \\ v_z(t) \end{bmatrix} = \int_0^t \vec{a}_F \cdot \Delta_t \quad (18)$$

Reintegrando a velocidade, o vetor de deslocamento  $\vec{r}$  é obtido:

$$\vec{r} = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{bmatrix} = \int_0^t \vec{v} \cdot \Delta_t \quad (19)$$

Este vetor indica o deslocamento no eixo de referência inercial, o deslocamento é dado em metros nas coordenadas XYZ o vetor é adicionado ao vetor da posição inicial originando no deslocamento total:

$$\vec{r}_F = \begin{bmatrix} x_F \\ y_F \\ z_F \end{bmatrix} = \vec{r}_0 + \vec{r} \quad (20)$$

Onde a matriz de posição inicial  $\vec{r}_0$  é definida como:

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

### 3.2.6 Eixo de referência global e integração com GPS

O eixo de referência inercial sofre com a perda de precisão ao longo do tempo devido ao cúmulo de erros chamado de *drift* no sistema, a fim de amenizar o efeito deste problema, a integração com GPS auxiliado por barômetros é usada (Castro, 2019). Discussão detalhada por trás do sistema WGS-84, usado na transferência de coordenadas XYZ para o sistema geodésico é feita por Zogg (2002) e o método utilizado é descrito por OpenStreetMap (2024).

O vetor  $\vec{r}_0$  que define a posição inicial no eixo de referência inercial é substituído pela posição obtida pelo GPS e um altímetro:

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} R_{ter} \cdot \lambda \\ R_{ter} \cdot \ln \left( \tan \left( \frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right) \right) \\ h \end{bmatrix} \quad (22)$$

O vetor de deslocamento final  $\vec{r}_F$ , logo, é convertido para coordenadas de GPS novamente:

$$\vec{r}_{GPS}^F = \begin{bmatrix} \lambda_{lon} \\ \varphi_{lat} \\ h_{alt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{x_F}{R_{ter}} \\ 2 \cdot \tan^{-1} \left( e^{\frac{y_F}{R_{ter}}} \right) - \frac{\pi}{2} \\ Z_F \end{bmatrix} \quad (23)$$

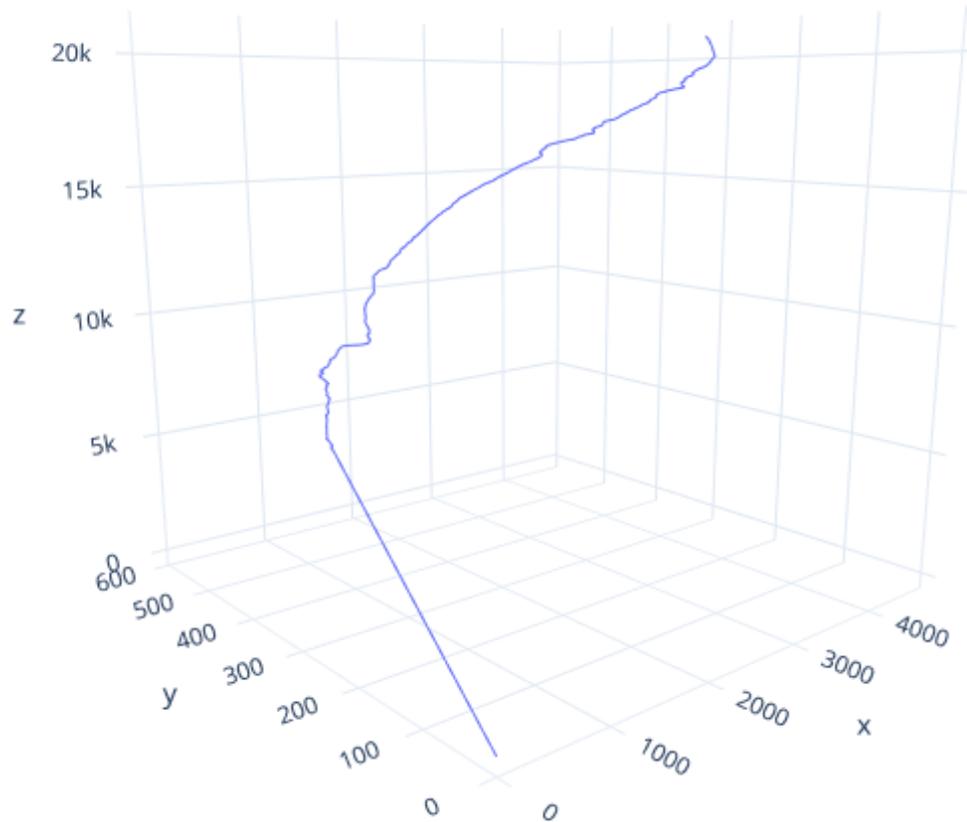
Já que a posição no eixo Z obtida por barômetros que retornam altitudes métricas utilizam a mesma medida que a integração de acelerômetros, não é necessário converter a altitude para outra unidade (Castro, 2019).

O parâmetro usado para priorizar a determinação da posição atual deve ser definido, de acordo com a aplicação de uso. Os sistemas inerciais e barômetros podem ser suficiente por um curto período dada precisão suficiente, porém, em longas distâncias, o CEP *rate* pode incrementar por diversas ordens de magnitude (Ambrósio, 2010).

### 3.3 DADOS OBTIDOS PELA PESQUISA

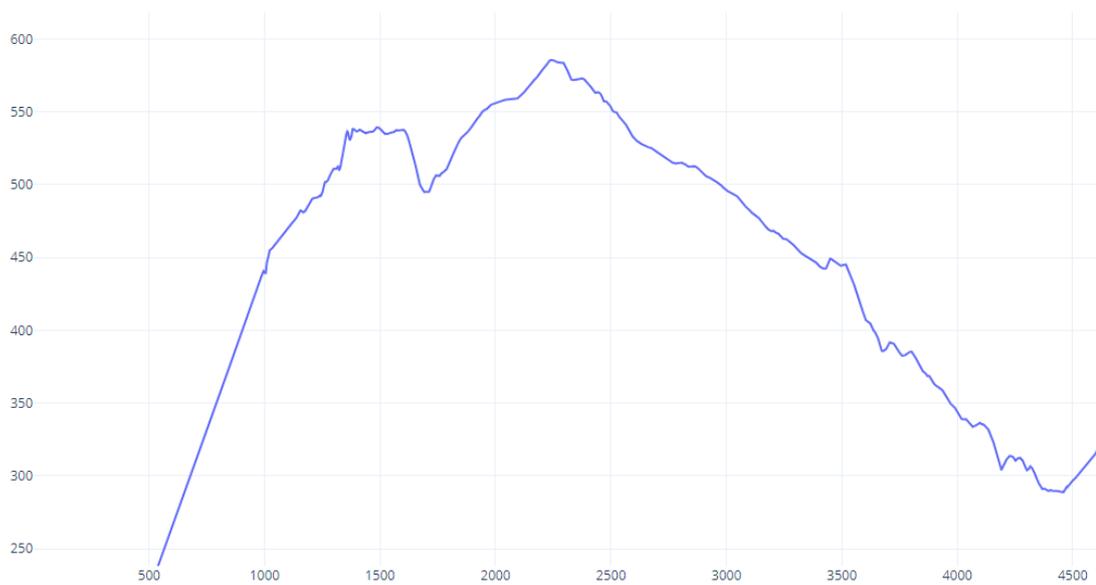
Durante o teste de um protótipo feito com a placa Arduino Nano com processador Atmega 168p, conectada ao sensor inercial de classe consumidora com 6 graus de liberdade, MPU-6050, medido a um *baud rate* de 38400, sem correção gravitacional ou rotacional aplicada aos acelerômetros, os seguintes gráficos foram obtidos após um deslocamento de 22 metros em um período de 2 minutos:

Figura 1 – Gráfico de deslocamento tridimensional.



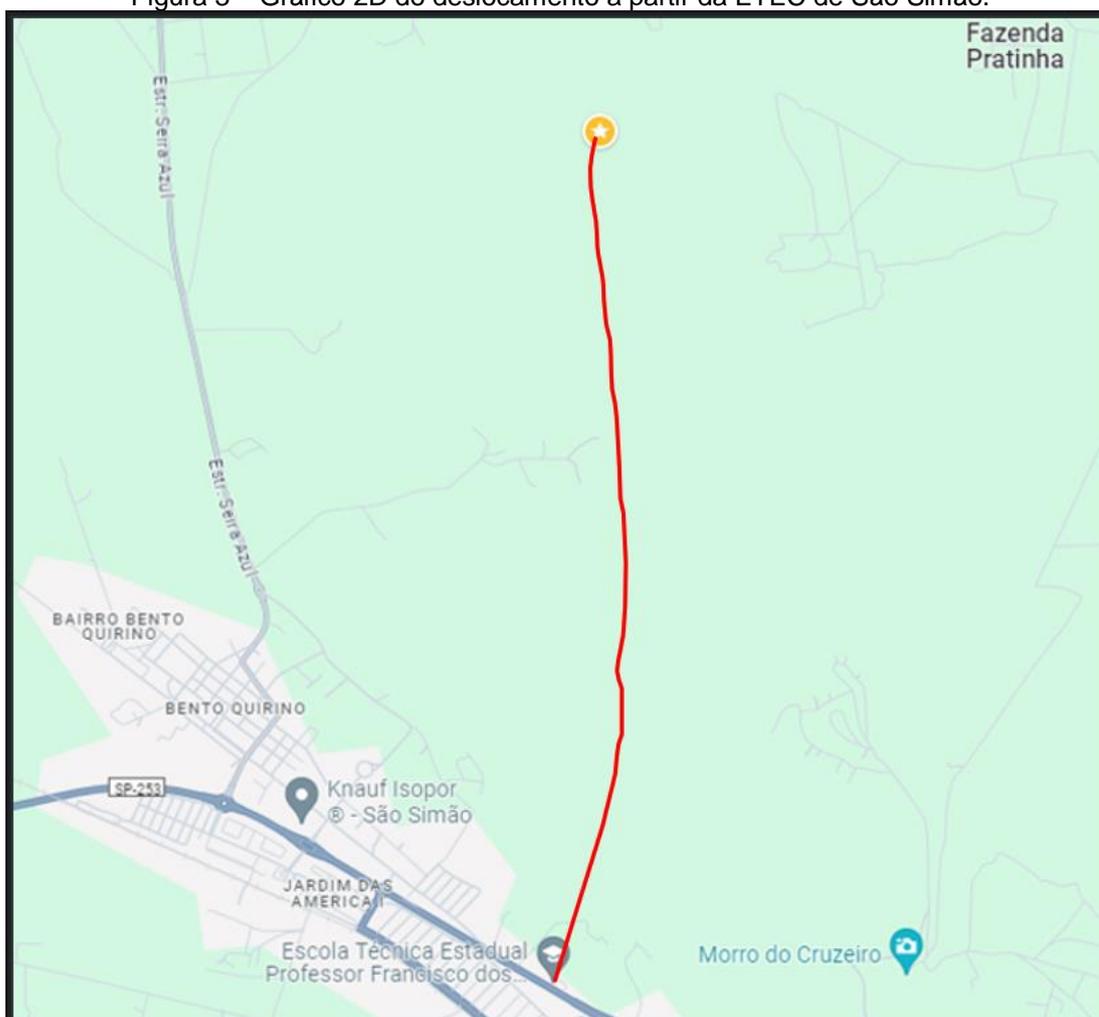
1 Fonte: Plotly Chart Studio.

Figura 2 – Gráfico 2D do deslocamento total.



2 Fonte: Plotly Chart Studio.

Figura 3 – Gráfico 2D do deslocamento a partir da ETEC de São Simão.



3 Fonte: Google Maps.

Devido aos acelerômetros não serem corrigidos pela influência gravitacional, pequenas alterações na orientação causam erros enormes ao longo do tempo, desta forma a importância da integração sensorial a fim de corrigir estes erros de *drift* no sistema é exposta.

Com base em Ambrósio (2010), o CEP *rate* de unidades inerciais de classe consumidora não é suficiente para navegação, ao invés disto correção de instrumentos para aplicações de pequena escala como em braços robóticos, automóveis e celulares são os usos recomendáveis;

Unidades inerciais para uso em espaços industriais seguem, de maneira geral, a limitação dos dispositivos de classe consumidora, mantendo precisão apenas para usos em curtas distâncias ou espaços fixos com melhora em precisão suficiente para robótica industrial e navegação em curtos períodos;

Sistemas de classe tática podem ser usados em equipamentos militares, veículos autônomos e em robótica geral, estes sistemas são preferenciais quando o custo de sistemas de classe de navegação se torna proibitivo para a aplicação;

Equipamentos certificados para navegação a longa distância são usados em aviação, navegação submarina e em veículos espaciais primariamente, o complexo indústriomilitar também usa estes sistemas quando a precisão extra justifica o custo como em munições guiadas.

Estas classes apresentam diferentes capacidades de filtragem de ruído, que é causado em grande parte pela precisão dos valores de inicialização (Leite, 2019). Frequências de amostragem altas permitem filtragem dada precisão suficiente dos sensores como descrevem as classes, com os sensores de alta precisão sendo capazes de eliminar a maioria dos erros causados pela gravidade e rotação terrestre.

### **3.4 RESULTADOS ALCANÇADOS E DISCUSSÃO**

Os dados do sensor MPU-6050 de classe consumidora não foram precisos o suficiente, em parte devido a falta de integração sensorial, porém, estes exibem a magnitude dos erros de *drift* causados em curtos períodos. Sensores desta classe não possuem alta precisão logo navegação em intervalos entre dados recebidos por outros sistemas de navegação é um dos principais usos recomendáveis, com um limite de tempo finito definido para navegação inercial a fim de limitar a influência máxima dos erros de *drift*. Custos de unidades com maior precisão se tornam excessivos para pequenas aplicações, isto deve ser considerado de acordo com a função do sistema assim como o ambiente de uso, integrando-os quando possível com sistemas externos como Radares, Lidares, receptores GNSS, Barômetros etc.

### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Devido à falta de memória, capacidade de processamento e imprecisão em geral do protótipo, a integração sensorial e remoção gravitacional não foi efetuada devido aos requisitos do código *Open-Source* excedendo a capacidade dos materiais disponíveis,

o desenvolvimento do protótipo ideal não pode ser realizado, ainda assim, os dados obtidos exibem o ponto de foco, a imprecisão intrínseca das unidades inerciais devido ao acúmulo de erros ao longo do tempo devido a pequenos equívocos durante o processamento dos dados sensoriais.

Com base nos dados obtidos do protótipo, assim como os materiais de estudo, uma pesquisa que compara vantagens dos sistemas inerciais *strapdown* comparados aos sistemas inerciais em plataformas estabilizadas, levando em consideração fatores como custo, complexidade, precisão, aplicações ideais, entre outros., integrando os conceitos de correção rotacional através do sistema de Euler e Quatérnios, remoção gravitacional e integração ao eixo de referência global é recomendada.

## REFERÊNCIAS

AMBRÓSIO, F. V. **UMA FERRAMENTA PARA A SIMULAÇÃO E VALIDAÇÃO DE SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL**. Orientador: Prof. Dr. Carlos Raimundo Erig Ligma. 2010. 236 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2010. Disponível em: [https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1046/1/CT\\_CPGEI\\_M\\_Ambr%c3%b3sio%2c%20Fabr%c3%adcio%20Valgrande\\_2010.pdf](https://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/bitstream/1/1046/1/CT_CPGEI_M_Ambr%c3%b3sio%2c%20Fabr%c3%adcio%20Valgrande_2010.pdf). Acesso em: 7 abr. 2024.

CASTRO, A. J. P. **Fusão de Informação Sensorial para Determinação de Altitude**. Orientador: Prof. Sérgio Armindo Lopes Crisóstomo. 2019. 91 p. Dissertação (Mestrado Integrado em Engenharia de Redes e Sistemas Informáticos) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Porto, 2019. Disponível em: <https://repositorio-aberto.up.pt/bitstream/10216/127770/2/406187.pdf>. Acesso em: 7 abr. 2024.

DURÃO, C. R. C. **UTILIZAÇÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS INERCIAIS BASEADAS EM SISTEMAS MICROELETROME CÂNICOS EM NAVEGADORES INTEGRADOS**. Orientador: Mariane Rembold Petraglia Antonio Petraglia. 2009. 209 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2009. Disponível em: [http://objdig.ufrj.br/60/teses/coppe\\_d/CarlosRenatoCaputoDurao.pdf](http://objdig.ufrj.br/60/teses/coppe_d/CarlosRenatoCaputoDurao.pdf). Acesso em: 8 abr. 2024.

EBERLY, D. **Euler Angle Formulas**. Redmond, 1 dez. 1999. Disponível em: <https://www.geometrictools.com/Documentation/EulerAngles.pdf>. Acesso em: 6 maio 2024.

FACHIN, O. **Fundamentos da Metodologia**. São Paulo: Saraiva, 2005. 113 p. ISBN 978-85-02-05532-2. Disponível em: <http://maratavarespsictics.pbworks.com/w/file/attach/74302802/FACHIN-Odilia-fundamentos-de-Metodologia.pdf>. Acesso em: 4 abr. 2024.

FERRI, C. A. **REDE DE SENSORES INERCIAIS E ELETROMIOGRAFIA PARA ANÁLISE DA MARCHA HUMANA**. Orientador: Prof. Dr. Antônio Augusto Fasolo Quevedo. 2017. 102 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Campinas, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unicamp.br/acervo/detalhe/990614>. Acesso em: 7 abr. 2024.

GUILHERME, P. **Navegação inercial**: sistema de smartphone guia você onde o GPS não consegue. [S. l.], 1 fev. 2013. Disponível em: <https://www.tecmundo.com.br/artigo-/36172-navegacao-inercial-sistema-de-smartphone-guia-voce-onde-o-gps-nao-consegue.htm>. Acesso em: 14 abr. 2024.

LAVIERI, R. S. **MÉTODOS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL APLICADOS A LANÇAMENTOS SUBMARINOS**. Orientador: Prof. Dr. André Luís Condino Fugarra. 2011. 292 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3135/tde-06042011-131110/pt-br.php>. Acesso em: 7 abr. 2024.

LEITE, L. K. C. **SISTEMA DE NAVEGAÇÃO INERCIAL BASEADO NA INTEGRAÇÃO DE UMA IMU DE CLASSE TÁTICA COM UM RECEPTOR GPS**. Orientador: Dr. Helio Koiti Kuga. 2019. 114 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2019. Disponível em: <http://mtc-m21c.sid.inpe.br/col/sid.inpe.br/mtc-m21c/2019/03.28.05.42/doc/publicacao.pdf>. Acesso em: 7 abr. 2024.

MILANÉS, V.; NARANJO, J. E.; GONZÁLEZ, C.; ALONSO, J.; PEDRO, T. Autonomous vehicle based in cooperative GPS and inertial systems. **Robotica**, Cambridge, v. 26, ed. 5, p. 627-633, 2008. DOI 10.1017/S0263574708004232.

Disponível em:

<https://www.cambridge.org/core/journals/robotica/article/abs/autonomous-vehicle-based-in-cooperative-gps-and-inertial-systems/ED77662F532F260E70CC926C1E42E964>. Acesso em: 19 abr. 2024.

MORI, A. M. **O USO DE SISTEMA INERCIAL PARA APOIAR A NAVEGAÇÃO**

**AUTÔNOMA**. Orientador: Prof. Dr. Edvaldo Simões da Fonseca Júnior. 2013. 180 p.

Dissertação (Mestrado em Ciências) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2013. Disponível em:

[https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-26062014-114414/publico/Dissertacao\\_Mori.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3138/tde-26062014-114414/publico/Dissertacao_Mori.pdf). Acesso em: 7 abr. 2024.

OPENSTREETMAP. **Mercator**. [S. l.], 3 fev. 2024. Disponível em:

<https://wiki.openstreetmap.org/w/index.php?title=Mercator>. Acesso em: 15 abr. 2024.

PREMERLANI, W.; BIZARD, P. **Direction Cosine Matrix IMU: Theory**. [S. l.], 17 maio

2009. Disponível em:

[https://www.researchgate.net/publication/265755808\\_Direction\\_Cosine\\_Matrix\\_IMU\\_Theory](https://www.researchgate.net/publication/265755808_Direction_Cosine_Matrix_IMU_Theory). Acesso em: 6 maio 2024.

ROCHA, L. V. **ALGORITMO DE NIVELAMENTO E ALINHAMENTO DE UM SISTEMA DE NAVEGAÇÃO INERCIAL DO TIPO SOLIDÁRIO (STRAPDOWN)**.

Orientador: Prof. Clódio Alberto Pastro Sarzeto D.C. 2006. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006. Disponível em:

<https://www.ime.eb.mil.br/arquivos/teses/se4/mec2006/2006Luciano.pdf>. Acesso em: 7 abr. 2024.

SANTANA, D. D. S. **NAVEGAÇÃO TERRESTRE USANDO UNIDADE DE MEDIÇÃO**

**INERCIAL DE BAIXO DESEMPENHO E FUSÃO SENSORIAL COM FILTRO DE**

**KALMAN ADAPTATIVO SUAVIZADO**. Orientador: Prof. Dr. Celso Massatoshi

Furukawa. 2011. 230 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011. Disponível em:

[https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-25082011-162939/publico/Tese\\_Douglas\\_D\\_S\\_Santana.pdf](https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/3/3152/tde-25082011-162939/publico/Tese_Douglas_D_S_Santana.pdf). Acesso em: 7 abr. 2024.

SLABAUGH, G. G. **Computing Euler angles from a rotation matrix**. [S. l.], 1999. Disponível em: <https://eecs.qmul.ac.uk/~gslabaugh/publications/euler.pdf>. Acesso em: 6 maio 2024.

SOUZA, J. P.; LEITE FILHO, W. C. Sistema de Navegação Inercial SISNAV - Mecânica e Eletrônica Embarcada. **VII Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial**, São José dos Campos, p. 1-11, 2012. Disponível em: [https://www.researchgate.net/publication/343797319\\_Sistema\\_de\\_Navegacao\\_Inercial\\_SISNAV\\_-\\_Mecanica\\_e\\_Eletronica\\_Embarcada](https://www.researchgate.net/publication/343797319_Sistema_de_Navegacao_Inercial_SISNAV_-_Mecanica_e_Eletronica_Embarcada). Acesso em: 19 abr. 2024.

STUHLER, J. Utilização de MEMS((Micro-Electro Mechanical Systems – sistemas microeletromecânico) para aplicações de circuitos de baixo custo de movimentação e sensoriamento. **Revista Metodologias e Aprendizado**, São Francisco do Sul, v. 5, p. 82-91, 10 jan. 2022. DOI 10.21166/metapre.v5i.2696. Disponível em: <https://publicacoes.ifc.edu.br/index.php/metapre/article/view/2696/2140>. Acesso em: 7 abr. 2024.

TAZARTES, D. An Historical Perspective on Inertial Navigation Systems. **International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)**, Laguna Beach, p. 1-5, 2014. DOI 10.1109/ISISS.2014.6782505. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/document/6782505>. Acesso em: 19 abr. 2024.

TRAINA, A. J. M.; TRAINA JÚNIOR, C. Como fazer pesquisa bibliográfica. **SBC Horizontes - Revista Eletrônica**, Porto Alegre, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2009. Disponível em: <http://univasf.edu.br/~ricardo.aramos/comoFazerPesquisasBibliograficas.pdf>. Acesso em: 19 abr. 2024.

WIKIPÉDIA. **Dead reckoning**. [S. l.], 26 mar. 2024. Disponível em: [https://en.wikipedia.org/wiki/Dead\\_reckoning](https://en.wikipedia.org/wiki/Dead_reckoning). Acesso em: 14 abr. 2024.

WIKIPÉDIA. **Leis de Newton**. [S. l.], 13 mar. 2024. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Leis\\_de\\_Newton](https://pt.wikipedia.org/wiki/Leis_de_Newton). Acesso em: 11 abr. 2024.

WIKIPÉDIA. **Sistemas de navegação inercial**. [S. l.], 22 jan. 2023. Disponível em: [https://pt.wikipedia.org/wiki/Sistemas\\_de\\_navega%C3%A7%C3%A3o\\_inercial](https://pt.wikipedia.org/wiki/Sistemas_de_navega%C3%A7%C3%A3o_inercial). Acesso em: 11 abr. 2024.

ZOGG, J. **Essentials of Satellite Navigation: Theory and Principles; Systems and Applications Overview**. Curitiba: U-blox, mar. 2002. 132 p. v. C. ISBN 978-

3033021396. Disponível em: [https://cin.ufpe.br/~grc/GPS%20-%20GPRS/GPS/GPS\\_Compndium\(GPS-X-02007\).pdf](https://cin.ufpe.br/~grc/GPS%20-%20GPRS/GPS/GPS_Compndium(GPS-X-02007).pdf). Acesso em: 7 abr. 2024.

## **Glossário**

Strapdown	Termo usado para descrever um sistema inercial não estabilizado que é acoplado rigidamente ao equipamento.
GPS	Significa Global Positioning System, é um sistema de navegação a rádio via satélite que é operado para fins militares e civis pelos EUA.
GNSS	Termo usado para descrever constelações de satélites que providenciam navegação a rádio como o GPS, GLONASS, QZSS, Galileo etc.
GLONASS	GLONASS ou Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema é a tradução direta de GNSS para russo e indica a constelação de satélites de navegação civis e militares da Rússia.
Open-Source	Termo usado para denotar software ou código publicamente acessado e aberto a contribuições.
Dead Reckoning	Sistema de navegação sem auxílio de dados externos como a navegação com referência em corpos celestiais.
Giroscópio	Sensor que mede mudanças de orientação e/ou velocidade angular.
Acelerômetro	Sensor que mede aceleração.
Magnetômetro	Sensor que mede mudanças em campos magnéticos.
Barômetro	Sensor que mede pressão atmosférica.
Termômetro	Sensor que mede temperatura.
SISNAV	Experimento de navegação testado no lançamento do foguete de sondagem HANBIT-TLV em parceria com a coreia do sul para uso em satélites e foguetes futuros da Agência Espacial Brasileira.

Atitude	Termo que descreve orientação nos eixos pitch, roll e yaw, tipicamente usado na aviação geral.
Triedro	Sistema de coordenadas tridimensionais, usado para descrever o eixo de referência inercial e outros sistemas de coordenadas.
UNI	Sigla que significa Unidade de Medição Inercial.
EKF	Sigla usada em referência ao filtro de ruído estendido de Kalman.
LSE	Sigla que se refere a filtragem de ruído através do método de estimação Least Squares.
CEP	Sigla que denota o Erro Circular Provável, a área de um círculo horizontal cujo raio é determinado pela área onde a probabilidade de erro posicional é igual a probabilidade de posicionamento correto.
CEP rate	Taxa de aumento do CEP ao longo do tempo.
Rate	Palavra usada para indicar taxa de mudança em valores.
Drift	Termo que denota erro gradual nas medidas de sensores ao longo do tempo.
WGS-84	Sigla usada em referência ao padrão World Geodetic System ou Sistema Geodésico Mundial, um quadro de referência de coordenadas tridimensional definido em 1984.
Radar	Sensor que mede distâncias, velocidades radiais e direções a alvos via ondas de rádio.
Lidar	Sensor que mede distâncias a diferentes pontos utilizando tempo de emissão e retorno de luz, tipicamente através de lasers.
Pitch	Inclinação ou Arfagem, denotado como o eixo Y na seção 3.2.4, descreve rotação através da reta Y em coordenadas tridimensionais típicas da aviação.
Yaw	Rumo ou Guinada, na seção 3.2.4 é denotado pelo eixo X, descrita como a rotação através da reta Z em coordenadas tridimensionais típicas da aviação.

Roll	Rotação, esta é descrita sendo em torno da reta X dos sistemas de coordenadas tridimensionais na aviação, é chamado de eixo Z na seção 3.2.4.
Baud Rate	Taxa de transferência de bits por segundo, normalmente define a velocidade do monitor serial no software Arduino IDE.

## Simbologia

$\vec{a}$	Vetor de Aceleração angular
$\alpha_x$	Aceleração angular no eixo X
$\alpha_y$	Aceleração angular no eixo Y
$\alpha_z$	Aceleração angular no eixo Z
$t$	Componente de Tempo
$\vec{\omega}$	Vetor de velocidade angular
$\omega_x$	Velocidade angular no eixo X
$\omega_y$	Velocidade angular no eixo Y
$\omega_z$	Velocidade angular no eixo Z
$\int_0^t$	Símbolo que indica uma equação de integração
$\Delta_t$	Elemento representante da diferença de tempo
$\vec{\theta}$	Vetor de orientação local não normalizado
$\psi$	Ângulo em torno do eixo local Z
$\theta$	Ângulo em torno do eixo local Y
$\varphi$	Ângulo em torno do eixo local X
$\vec{\theta}_F$	Vetor de orientação total local não normalizado
$\psi_F$	Ângulo total em torno do eixo local Z
$\theta_F$	Ângulo total em torno do eixo local Y

$\varphi_F$	Ângulo total em torno do eixo local X
$\vec{\theta}_0$	Vetor de orientação inicial não normalizado
$\psi_0$	Ângulo inicial em torno do eixo local Z
$\theta_0$	Ângulo inicial em torno do eixo local Y
$\varphi_0$	Ângulo inicial em torno do eixo local X
$\hat{\theta}$	Vetor de orientação local normalizado
$\psi_{[0,\tau]}$	Ângulo normalizado em torno do eixo local Z
$\theta_{[0,\tau]}$	Ângulo normalizado em torno do eixo local Y
$\varphi_{[0,\tau]}$	Ângulo normalizado em torno do eixo local X
$\pi$	Símbolo que representa o valor de pi
$\tau$	Símbolo usado para denotar o valor de tau (dobro de pi)
<i>mod</i>	Operador que representa a função do modulo
cos	Operador que representa o cosseno
sin	Operador que representa o seno
tan	Operador que representa a tangente
c	Representação encurtada do cosseno
s	Representação encurtada do seno
$R_x$	Matriz de rotação X
$R_y$	Matriz de rotação Y
$R_z$	Matriz de rotação Z
$R$	Matriz de rotação XYZ
$r$	Símbolo que representa a posição de um elemento da matriz R
$\psi_x$	Orientação global X
$\theta_y$	Orientação global Y
$\varphi_z$	Orientação global Z

$\vec{a}$	Vetor de aceleração linear
$a_x$	Aceleração linear no eixo X
$a_y$	Aceleração linear no eixo Y
$a_z$	Aceleração linear no eixo Z
$\vec{a}_T$	Vetor transformado de aceleração linear
$a_x^T$	Aceleração transformada no eixo X
$a_y^T$	Aceleração transformada no eixo Y
$a_z^T$	Aceleração transformada no eixo Z
$\vec{a}_F$	Vetor de aceleração final
$\vec{g}$	Vetor de gravidade
$g$	Aceleração gravitacional
$\vec{v}$	Vetor de velocidade
$v_x$	Velocidade no eixo X
$v_y$	Velocidade no eixo Y
$v_z$	Velocidade no eixo Z
$\vec{r}$	Vetor de deslocamento
$x$	Deslocamento no eixo X
$y$	Deslocamento no eixo Y
$z$	Deslocamento no eixo Z
$\vec{r}_F$	Vetor de deslocamento final
$x_F$	Deslocamento final no eixo X
$y_F$	Deslocamento final no eixo Y
$z_F$	Deslocamento final no eixo Z
$\vec{r}_0$	Vetor de deslocamento inicial
$x_0$	Deslocamento inicial no eixo X
$y_0$	Deslocamento inicial no eixo Y

$z_0$	Deslocamento inicial no eixo Z
$R_{ter}$	Raio terrestre
$\ln$	Operador representante do logaritmo natural
$\lambda$	Latitude GNSS
$\phi$	Longitude GNSS
$h$	Altitude GNSS combinada com altitude barométrica
$\overrightarrow{r_{GPS}^F}$	Vetor de deslocamento GNSS
$\lambda_{lon}$	Longitude GNSS resultante do sistema inercial
$\varphi_{lat}$	Latitude GNSS resultante do sistema inercial
$h_{alt}$	Altitude GNSS resultante do sistema inercial