



Centro
Paula Souza

Aplicação da Teoria de Markowitz na Elaboração de Planilhas Eletrônicas

GABRIELE ROSAS SIMOURA

gabriele.simoura@fatec.sp.gov.br

LETÍCIA PAIVA REZENDE

leticia.rezende01@fatec.sp.gov.br

RESUMO

A utilização de ferramentas de otimização de investimentos pode ser muito útil ao investidor, inclusive para o iniciante. Conforme será abordado, a utilização do Excel© é conveniente no aprimoramento do portfólio quando o objetivo é reduzir o risco e manter uma taxa de retorno desejável. Este trabalho fundamenta-se na teoria desenvolvida por Markowitz em 1952 e utiliza o Solver do Excel© para demonstrar a eficiência da diversificação de ativos através de uma ferramenta de simples acesso que resolve os problemas de otimização da carteira para o novo investidor.

Palavras-chave: Investimento, Novo Investidor, Otimização de Carteira.

ABSTRACT

The use of investment optimization tools can be very useful for investors, even beginners. As will be discussed, the use of Excel© is convenient in portfolio improvement when the objective is to reduce risk and maintain a desirable rate of return. This work is based on the theory developed by Markowitz in 1952 and uses Excel's Solver to demonstrate the efficiency of asset diversification through a simple access tool that solves portfolio optimization problems for the new investor.

Keywords: Investment, New Investor, Portfolio Optimization.

Fatec
Bragança Paulista
Jornalista Omair Fagundes
de Oliveira

Graduandas do 6º semestre do curso de Tecnologia em Gestão Financeira da Faculdade de Tecnologia de Bragança Paulista (FATEC Bragança Paulista) “Jornalista Omair Fagundes de Oliveira”. E-mail: gabriele.simoura@fatec.sp.gov.br e leticia.rezende01@fatec.sp.gov.br. Trabalho de graduação apresentado como exigência parcial para a obtenção do título de tecnólogo em Gestão Financeira, em dezembro de 2022, sob a orientação dos professores Alexandre Leme Sanches (orientador temático) e Daniel Amaro Cirino de Medeiros (orientador metodológico).

1. Introdução

Ao contrário do pensamento predominante à época de que a melhor opção para a composição do portfólio era concentrar os investimentos em ativos que oferecessem os maiores retornos, o economista estadunidense Harry Max Markowitz sugeriu que combinações mais eficientes de atribuições de recursos poderiam ser alcançadas por meio da avaliação e compensação de risco dos ativos que compunham a carteira e, assim, erigiu as bases sobre as quais se estabeleceu a Teoria Moderna de Carteiras.

Segundo Markowitz (1952), o processo de seleção de uma carteira de ações pode ser dividido em duas etapas. A primeira começa com observação e experiência e termina com comentários sobre o desempenho futuro dos negócios que estão sendo avaliados. A segunda etapa começa com visões relevantes do futuro e termina com a seleção de uma carteira de ações. Este trabalho é baseado nesta segunda etapa.

O objetivo do investidor que está no mercado de ações, opções ou obrigações é buscar receber o máximo de retornos possíveis, dentro do seu nível de risco aceitável. Essa afirmação parece coerente, uma vez que os conceitos de risco e retorno são convergentes, ou seja, quando um aumenta, o outro aumenta junto, quanto maior for o retorno, maior será o risco e vice-versa. No entanto, essa relação de risco-retorno pode ser processada de uma forma que seja possível, através da diversificação, reduzir o risco de uma carteira a níveis algumas vezes menores que o risco do investimento mais seguro que participa da carteira, dependendo da correlação entre os componentes da carteira. Como será visto neste trabalho, é possível através da diversificação do investimento aumentar o retorno esperado mantendo o risco a níveis iguais ou menores que o risco individual de cada ativo.

Esse artigo se fundamentará nas bases teóricas da seleção de portfólio propostas por Markowitz e na otimização posteriormente abordada por Sharpe para utilizar as planilhas do Excel© e a ferramenta Solver com o intuito de demonstrar de forma compreensível que até mesmo os investidores pouco familiarizados com estes conceitos sejam capazes de aplicar as teorias na seleção de carteiras de investimento.

Graduandas do 6º semestre do curso de Tecnologia em Gestão Financeira da Faculdade de Tecnologia de Bragança Paulista (FATEC Bragança Paulista) “Jornalista Omaid Fagundes de Oliveira”. E-mail: gabriele.simoura@fatec.sp.gov.br e leticia.rezende01@fatec.sp.gov.br. Trabalho de graduação apresentado como exigência parcial para a obtenção do título de tecnólogo em Gestão Financeira, em dezembro de 2022, sob a orientação dos professores Alexandre Leme Sanches (orientador temático) e Daniel Amaro Cirino de Medeiros (orientador metodológico).

1.1 Objetivo

A Teoria de Carteiras de Markowitz é adotada como uma importante ferramenta para a resolução de problemas de gestão de carteiras compostas por ativos financeiros, utilizando conceitos estatísticos para compor portfólios que apresentem o mínimo nível de risco possível ou a melhor rentabilidade possível.

O objetivo do presente estudo é abordar os métodos de solução de um problema para a seleção de portfólio proposta por Markowitz.

Ao discutir sua aplicabilidade, pretende-se verificar se, com a utilização das planilhas do Excel© como ferramentas, é possível demonstrar de forma compreensível aos investidores iniciantes no mercado de capitais a aplicação da teoria na seleção de carteiras de investimento com a finalidade de eles mesmos sejam capazes de fazê-lo.

1.2 Metodologia

O presente artigo é baseado em estudos publicados no Brasil e nos Estados Unidos sobre a gestão de carteira de investimentos, sobre a Teoria de Carteiras de Markowitz e sua aplicabilidade no mercado financeiro.

Inicialmente o estudo bibliográfico procurou identificar os pressupostos e os princípios básicos da Teoria de Markowitz e depois discutir a aplicabilidade da Teoria de Markowitz a uma carteira composta por ativos financeiros específica para novos investidores.

Após este estudo bibliográfico foi desenvolvido, por meio do software Microsoft Excel©, tabelas e gráficos baseados na Teoria de Carteiras de Markowitz, que demonstram matematicamente o comportamento de ações de diferentes percentuais de riscos e retornos dentro da carteira do novo investidor.

2. Referencial teórico

2.1 Investimento e investidor

Segundo Marques (2014) o investimento na concepção financeira é a aplicação de capitais ou ativos com ênfase monetária, ou seja, para a realização de um investimento a expectativa de recuperação dos valores investidos e de uma remuneração adicional (lucro) é essencial.

Na perspectiva econômica, investimento pode ser conceituado como a: “aplicação de dinheiro, de forma que aumente em valor e produza uma renda” (COLIN, 1966, p. 127); alternativamente, investimento é o “uso de dinheiro com o objetivo de fazer mais dinheiro, ou ter renda ou aumentar capital, ou ambos” (ROSENBERG, 1992, p. 168); ou, ainda, investimento é a “alocação de capital por um investidor em ativos reais ou financeiros com a expectativa de um justo retorno” (BANKS. 2010, p. 282). Em sentido econômico, é a alocação de recursos com o objetivo de produzir resultados dentro de um determinado prazo.

Investidor é “que, ou o quem investe capitais” (INVESTIDOR, 2022). Ou seja, o investidor é o indivíduo ou empresa que aloca dinheiro no mercado financeiro. Dessa forma, pode comprar e vender ações, títulos, contratos futuros, moedas, matérias-primas, entre outros.

No âmbito do Mercado de Capitais, a principal estratégia do investidor é a expansão da sua carteira para a obtenção de vantagens (rendimentos) diante das ações que está aplicando. Qualquer gasto ou aplicação com a intenção de se obter retorno requer um estudo das alternativas de investimento e para isso pode-se utilizar ferramentas que facilitem a escolha das ações de acordo com os objetivos do investidor.

2.1.2 O perfil atual do investidor brasileiro

Em um cenário de juros elevados, onde a tendência é a maior procura por investimentos de renda fixa, o investidor brasileiro vem demonstrando resiliência e cada vez mais opta pela renda variável.

De acordo com a CNN Brasil (2022) entre julho de 2021 e junho de 2022, houve a entrada de 1,25 milhão de novos investidores na B3 (Bolsa de Valores do Brasil), fato esse que fez a quantidade de CPFs saltar 40%, de 3,15 milhões para 4,40 milhões de pessoas.

Ainda de acordo o jornal, a pesquisa aponta que mais do que nunca o investidor está buscando diversificação da carteira.

Em consonância com o interesse em renda variável, o investimento em renda fixa também cresceu. No Brasil, a taxa básica de juros (Selic) de 13,75% ao ano faz com que a expansão dos investimentos em renda fixa continue sendo a mais favorecida.

Porém, com uma visão no longo prazo, o investidor mantém posições em renda variável. O número de investidores em ações cresceu 15% no último ano, passando de 2,8 milhões para 3,2 milhões de CPFs.

Esses dados demonstram que mesmo em meio da volatilidade e aumento expressivo das taxas de juros, o mercado ainda continua aquecido. O investidor, mais informado, opta por manter um portfólio mais diversificado e de olho no longo prazo combina renda fixa com a variável.

2.2 Retorno e risco

Na maior parte dos investimentos, um indivíduo ou empresa faz aplicações de recursos financeiros na expectativa de um resultado futuro, esperando sempre um maior nível de retorno e um menor nível de risco (AZAMBUJA, 2002) (ROSS *et al.*, 2000). Nessa ótica, nenhum investimento será executado a menos que a taxa esperada de retorno seja suficientemente alta para compensar o investidor pelo risco percebido no investimento. (BRIGHAM *et al.*, 2001).

O risco decorre da possibilidade de que o valor a se realizar, para taxa de retorno, difira do valor esperado (AZAMBUJA, 2002). O risco de investimento, então, está relacionado à probabilidade de os retornos efetivos serem menores do que o retorno esperado – quanto maior a chance de um retorno baixo ou negativo, mais arriscado é o investimento. (BRIGHAM *et al.*, 2001).

Para Securato (2007) o risco total que um ativo está sujeito pode ser subdividido em duas partes: risco sistemático ou conjuntural e risco não sistemático ou próprio.

Dessa forma, o risco total de qualquer ativo é mensurado da seguinte forma:

$$\text{Risco Total} = \text{Risco Sistemático} + \text{Risco Não Sistemático} \quad (01)$$

Para o autor, o risco sistemático ou conjuntural consiste no risco em que os sistemas econômico, político e social, vistos de forma ampla impõem ao ativo. Por exemplo, se está no início de uma recessão, se tem uma crise política no Congresso ou greve em setores importantes na economia, o sistema estará atuando sobre todos os ativos de uma só vez.

O risco não sistemático ou próprio é o risco intrínseco ao ativo ou ao subsistema ao qual pertence; é gerado por fatos que atingem diretamente o ativo em estudo ou o subsistema a que está ligado e não atinge os demais ativos e seus subsistemas. Por exemplo, a descoberta de uma mina de ouro fará com que os preços do ouro recuem; esse tipo de risco é intrínseco ao ativo ouro e a outros metais e pedras preciosas, mas não atinge ativos fora do subsistema ouro.

2.2.1 Binômio Risco-Retorno

Markowitz (1952) infere que os investidores são avessos ao risco e, deste modo, sempre que existirem dois ativos com o mesmo retorno esperado, os investidores preferirão o de menor risco. Por outro lado, os investidores somente aumentarão o nível de risco de sua carteira se forem compensados pelo aumento do rendimento esperado.

A metodologia proposta por Markowitz propõe que as decisões relacionadas à seleção de investimentos sejam tomadas com base no binômio risco-retorno. Assim, um investidor racional não irá investir em determinada carteira, se houver outra carteira com uma relação risco-retorno mais favorável. (ALMONACID, 2010).

2.3. Diversificação de portfólio

De acordo com Markowitz, o risco de uma carteira pode ser reduzido por meio da diversificação. Não basta, todavia, somente diversificar. Segundo o autor, para reduzir o risco, é importante que o coeficiente de correlação entre os ativos que compõem a carteira seja negativo.

A ideia é propiciar uma “compensação” dos riscos, ou seja, se um segmento de mercado estiver em alta, outro segmento pode estar em baixa, e, assim, as possíveis perdas de um setor podem ser compensadas com ganhos obtidos pelo outro.

Neste contexto, é importante que os investidores não analisem um investimento isoladamente e sim avaliem qual o impacto que este investimento trará para a carteira como um todo. (ALMONACID, 2010).

Segundo Zanini e Figueiredo (2005):

Uma das maiores contribuições dos estudos de Markowitz foi ressaltar a importância da diversificação, conceito contestado por importantes acadêmicos de então, como Keynes. O conceito da diversificação decorre da constatação de que os preços dos ativos financeiros não se movem de modo exatamente conjunto. Ou, dizendo de outra forma, eles têm uma correlação imperfeita. Nesta condição, a variância total de uma carteira é reduzida pelo fato de a variação no preço individual de um ativo ser compensada por variações complementares nos demais.

É importante destacar, contudo, que quando se fala em minimização do risco da carteira por meio da diversificação, leva-se em consideração apenas o risco diversificável dos ativos.

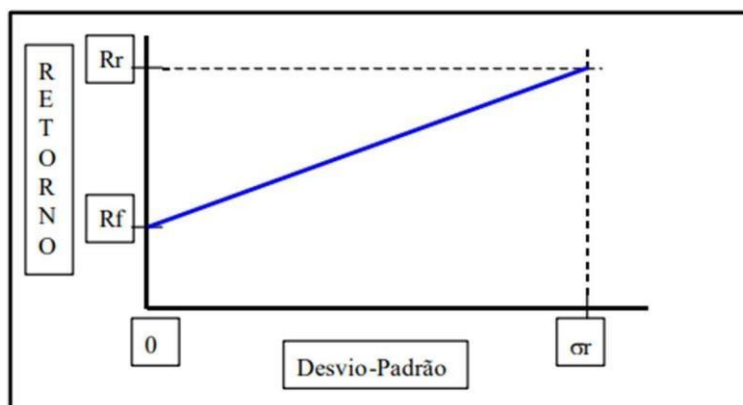
3. Uma proposta de combinações de ativos sem riscos com um único ativo de risco

Em primeiro lugar deve-se definir o que é um ativo sem risco. Ativo sem risco é aquele cuja rentabilidade é previamente conhecida e não apresenta, a priori, riscos. Ou seja, não apresenta volatilidade (ou apresenta muito menos que o restante dos ativos) e, portanto, seu valor não se alterará substancialmente ao longo do tempo. Os ativos livres de risco representam o investimento mais seguro entre os oferecidos no mercado. Além disso, são o ponto de referência na relação entre essas duas variáveis, que se expressa na fronteira eficiente da carteira. (GONÇALVES JR.; PAMPLONA E MONTEVECHI., 2002).

Supondo que se tenha uma quantia (X) de dinheiro para investir no ativo sem risco (A_f) com retorno (R_f) e no ativo com risco (A_r) com retorno ($R_r > R_f$) e desvio-padrão (s_r). Quanto deverá ser investido em cada ativo?

De acordo com os autores, é possível observar que se for tomada a decisão de se investir 100% do principal no ativo sem risco, o retorno será de (R_f) e o desvio-padrão será zero. Porém se for investido todo o principal no ativo de risco, o retorno será de (R_r) e o desvio-padrão será (σ_r). Assim, o retorno esperado de qualquer composição de carteira estará em algum ponto da figura 1.

Figura (01). Linha de compensação Risco/Retorno



Fonte: (GONÇALVES JR.; PAMPLONA E MONTEVECHI., 2002).

Supondo que se aplique 100% no ativo sem risco, o investimento estará no ponto de cruzamento (R_f) e zero. À medida que se desloca o dinheiro para o ativo com risco, o retorno aumenta, porém, o desvio-padrão também, até que se chegue ao ponto de 100% de investimento no ativo com risco.

Considerando-se (w) a proporção do investimento total a ser alocada ao ativo com risco, a proporção remanescente ($1 - w$) deverá ser alocada ao ativo sem risco, como mostrado na equação 1:

$$E(r) = w * R_r + (1 - w) * R_f \quad (2)$$

Onde:

$E(r)$: é o retorno esperado da composição.

O desvio padrão da carteira pode ser encontrado multiplicando-se o desvio padrão do ativo com risco vezes a composição deste na carteira, ou seja:

$$\sigma = \sigma_r w \quad (3)$$

4. Seleção de Carteiras e Teoria de Markowitz

Seleção de carteiras é o estudo das possibilidades de se investir em um patrimônio. É o processo de compensar o risco e o retorno esperado para encontrar o melhor portfólio de ativos e passivos. (GONÇALVES; PAMPLONA E MONTEVECHI., 2002).

O risco que um investidor está disposto a assumir depende de diversos fatores como idade, nível social, estado civil, número de filhos, perspectivas futuras, entre outros fatores. Portanto, nunca existirá uma carteira de ações que agrade a todos.

O economista Harry Markowitz desenvolveu, através da aplicação de programação quadrática a carteiras de ativos um processo de otimização que permite a minimização do seu risco para um determinado nível de retorno. Ao se realizar o processo para vários níveis de retorno, cria-se a denominada curva de Markowitz, que determina a fronteira para a qual as diferentes combinações de proporções de ativos de uma carteira promovam os maiores retornos com os menores riscos possíveis. Essa teoria nos mostra que o risco de uma carteira não é dado simplesmente pela média do risco dos ativos individuais, para calcular esse risco com eficiência é preciso considerar a correlação entre os ativos. Se os Ativos não fossem correlacionados, a diversificação do portfólio poderia minimizar e até eliminar o risco.

O método registra a variância de uma carteira como a soma das variâncias individuais de cada ação e covariâncias entre pares de ações da carteira, de acordo como o peso de cada ação na carteira. Para Markowitz deve haver uma carteira de ações que maximiza o retorno esperado e minimiza a variância.

O modelo básico de Markowitz pode ser dado pelas fórmulas:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \mu_i \quad (4)$$

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1 \quad (6)$$

$$X_i \geq 0$$

Onde:

E: Retorno esperado da carteira;

V: Variância da carteira;

X_i: Participação de cada ativo;

μ_i: Retorno esperado de cada ativo;

σ_{ij}: Covariância entre o par de ativos se (i) diferente (j) e variância se (i) igual a (j);

A partir das equações 04 e 05, percebe-se que enquanto o retorno esperado de uma carteira é uma média ponderada dos retornos individuais, o mesmo não pode ser dito para a variância ou risco da carteira. De acordo com o modelo de Markowitz, a variância da carteira depende da covariância entre os pares de ativos, que por sua vez depende da correlação entre os ativos.

A teoria desenvolvida por Markowitz é amplamente utilizada nos dias hoje, pois demonstrara matematicamente que não se deve carregar todos os ovos na mesma cesta. (GONÇALVES JR.; PAMPLONA E MONTEVECHI., 2002).

4.1 Fronteira Eficiente

A fronteira eficiente é o conjunto de carteiras cuja distribuição do peso dos ativos apresenta, para cada patamar de risco, o melhor retorno possível e, para cada patamar de rentabilidade, o menor risco possível. Ou seja, a fronteira eficiente é determinada pelo conjunto de carteiras cuja rentabilidade não pode ser mais incrementada sem que se aumente o risco, ou por outro lado, pelo conjunto de carteiras cujo risco não pode ser diminuído sem que se diminua a rentabilidade.

5. Aplicação da teoria de Markowitz na diversificação da carteira

Os investidores brasileiros (principalmente os iniciantes) muitas vezes montam as suas carteiras sem o conhecimento mínimo sobre o mercado de capitais. Desse modo, abaixo será apresentado um exemplo de aplicação para a seleção de portfólio baseado no modelo de Markowitz e calculado utilizando uma planilha do Excel®, cujo objetivo principal é que os novos investidores, mesmo sem conhecimento acadêmico aprofundado, possam aplicar esse modelo e melhorar suas diversificações sem grandes dificuldades.

Exemplo de aplicação:

Não há consenso entre os especialistas sobre o número ideal de ações para compor uma carteira, ou seja, não existe um número mágico de quantos ativos ter no portfólio. Desse modo, será aplicado o exemplo de uma carteira composta por 5 ações distintas dentro do período de 2017 a 2021, cujos retornos foram coletados do site *Fundamentus* em dezembro de 2022.

Deseja-se saber qual deverá ser a porcentagem de investimento em cada ativo a fim de reduzir o risco. Portanto, o objetivo, neste exemplo, é de minimizar o risco ou a variância dada pelo modelo de Markowitz.

Problema proposto: utilizando o modelo de Markowitz qual é a melhor combinação de ações que minimiza o risco e maximiza o retorno da carteira selecionada?

Tabela (01) – Histórico de retornos das ações – 2017 a 2022

	Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Ativo 5
EMPRESA/ AÇÃO	Ambev/ ABEV3	Vale/ VALE3	Eletróbrás/ ELET6	Americanas/ AMER3	Itaú/ ITUB4
Período 1 (2017)	33,87%	66,67%	-7,31%	105,89%	30,79%
Período 2 (2018)	-25,59%	31,11%	24,07%	104,98%	32,41%
Período 3 (2019)	24,08%	6,85%	41,03%	51,36%	11,98%
Período 4 (2020)	-14,20%	70,47%	1,18%	20,54%	-11,75%
Período 5 (2021)	2,39%	4,73%	-3,54%	-58,23%	-17,37%

Fonte: As autoras

A tabela 01 representa o retorno de cada ativo entre os anos de 2017 e 2021. (*Fundamentos* 2022). Ao dividir o total de ativos (5) pelo percentual total da carteira (100%), será obtida a distribuição simples de 20% para cada ação.

Neste exemplo será necessário calcular as variâncias, covariâncias e o retorno médio a partir de uma matriz de retornos históricos de cada ativo. Será utilizada na planilha do Excel© as fórmulas conhecidas como [MÉDIA, VAR.P e COVARIANÇA.P] para calcular o retorno médio, variância e covariância dos pares de ações. A versão do Excel© utilizada é a de 2016 (Microsoft Office Standard 2016).

Tabela (02) – Composição da carteira (antes da diversificação)

	Ambev/ ABEV3	Vale/ VALE3	Eletróbrás/ ELET6	Americanas/ AMER3	Itaú/ ITUB4	Total	Carteira
Retorno Médio	4,11%	35,97%	11,09%	44,91%	9,21%		21,06%
Risco	22,38%	28,21%	18,52%	60,99%	20,77%		20,63%
Carteira %	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	20,00%	100,00%	

Fonte: As autoras

Tabela (03) – Retornos das carteiras (antes da diversificação)

Período	Retorno Carteira
Período 1 (2017)	45,98%
Período 2 (2018)	33,40%
Período 3 (2019)	27,06%
Período 4 (2020)	13,25%
Período 5 (2021)	-14,40%

Fonte: As autoras

A tabela 02 apresenta a composição da carteira ainda não otimizada. A carteira ótima será elaborada a partir desses dados iniciais. A tabela 03 demonstra os retornos das carteiras em cada período. Para calcular o retorno de cada carteira foi realizada a multiplicação entre o retorno de cada ação e o percentual de distribuição da ação na carteira.

Há a necessidade de se calcular as variâncias e covariâncias entre os pares de ativos que poderão compor a carteira. Isso pode ser feito através da utilização das fórmulas (VAR.P e COVARIANÇA.P) do MS Excel©. Cada ativo contribui com a variância da carteira segundo a equação 5 do modelo de Markowitz acima. Através do Excel©, pode-se calcular a variância da carteira utilizando-se a seguinte fórmula:

$$VAR = \sum_{i=1}^5 X_i * \left(\sum_{j=1}^5 X_j * \sigma_{ij} \right) \quad (07)$$

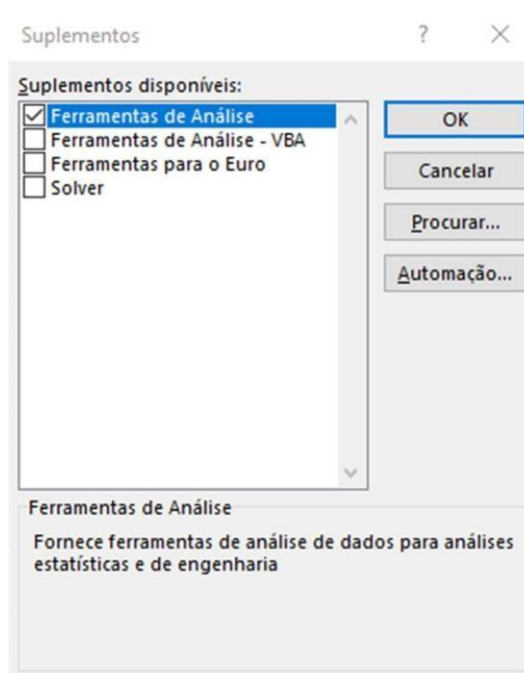
Onde:

Xi: Participação de cada ativo;

σ_{ij} : Covariância entre o par de ativos se (i) diferente (j) e variância se (i) igual a (j).

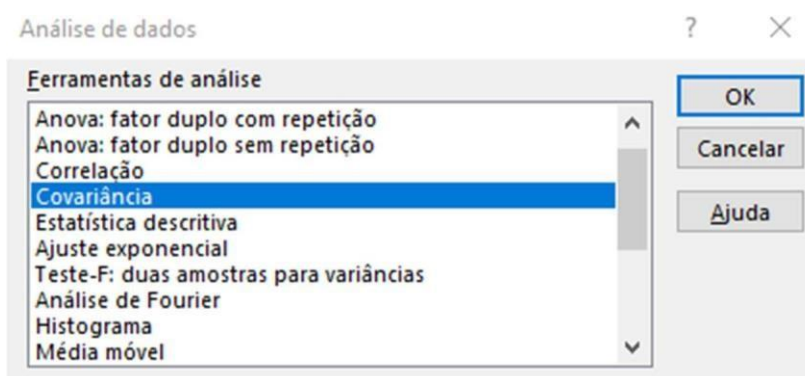
Os primeiros dados a serem encontrados são as covariâncias que compõem a matriz, e para dinamizar o cálculo, ao invés de utilizar a fórmula COVARIANÇA.P, utiliza-se a Ferramenta de Análise do Excel©. Essa ferramenta pode ser habilitada na aba Suplementos no Excel©.

Figura (02). Tela do Excel© para instalação da Ferramenta de Análise



Após a habilitação, a ferramenta de Análise de Dados aparecerá na aba Dados e a opção Covariância deverá ser selecionada.

Figura (03). Tela do Excel© para seleção da fórmula de covariância



Para gerar a matriz de covariância, é preciso entrar com o intervalo dos retornos das ações e para tal seleciona-se as células que possuem todos os retornos do período.

Figura (04). Tela do Excel© para entrada de dados na fórmula de covariância

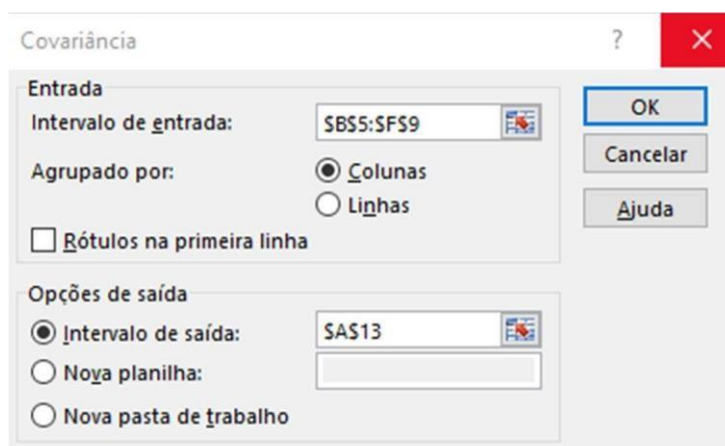


Tabela (04) Matriz de covariâncias

Matriz de covariâncias					
	Ambev/ ABEV3	Vale/ VALE3	Eletrobrás/ ELET6	Americanas/ AMER3	Itaú/ ITUB4
Ambev/ ABEV3	5,01%				
Vale/ VALE3	-0,20%	7,96%			
Eletrobrás/ ELET6	-0,26%	-2,77%	3,43%		
Americanas/ AMER3	1,57%	7,55%	3,20%	37,20%	
Itaú/ ITUB4	0,88%	1,15%	1,17%	11,96%	4,31%

Fonte: As autoras

A tabela 04 é o resultado da matriz gerada através da fórmula de covariação da ferramenta Análise de Dados. Os valores em negrito representam as variâncias e os demais valores representam as covariâncias entre dois ativos.

Com os dados obtidos na matriz, calcula-se os resultados da carteira.

Tabela (05) Variâncias e retornos

	Ambev/ ABEV3	Vale/ VALE3	Eletrobrás/ ELET6	Americanas/ AMER3	Itaú/ ITUB4
Variância (Risco)	5,01%	7,96%	3,43%	37,20%	4,31%
Retorno Médio	4,11%	35,97%	11,09%	44,91%	9,21%

Fonte: As autoras

As variâncias da tabela 05 já foram calculadas na tabela da matriz. Para calcular os retornos médios, deve-se utilizar a fórmula MÉDIA e selecionar o intervalo dos retornos de cada ação.

Tabela (06) Resultados da carteira sem diversificação

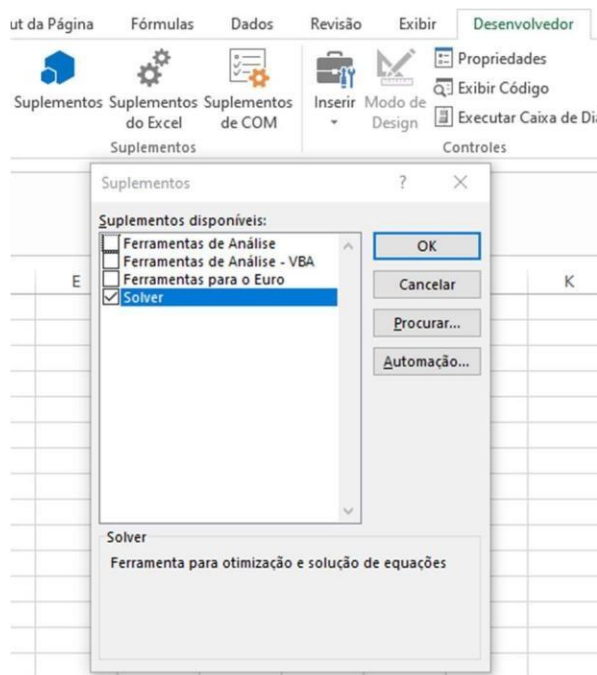
Variância (Risco)	11,58%
Desvio-Padrão	34,03%
Retorno Médio	21,06%

Fonte: As autoras

A tabela 06 mostra os resultados de retorno médio e risco (variância) para a carteira com a composição da tabela 02. O cálculo da variância e retorno médio foram realizados com a fórmula MÉDIA e selecionando os resultados da tabela 05.

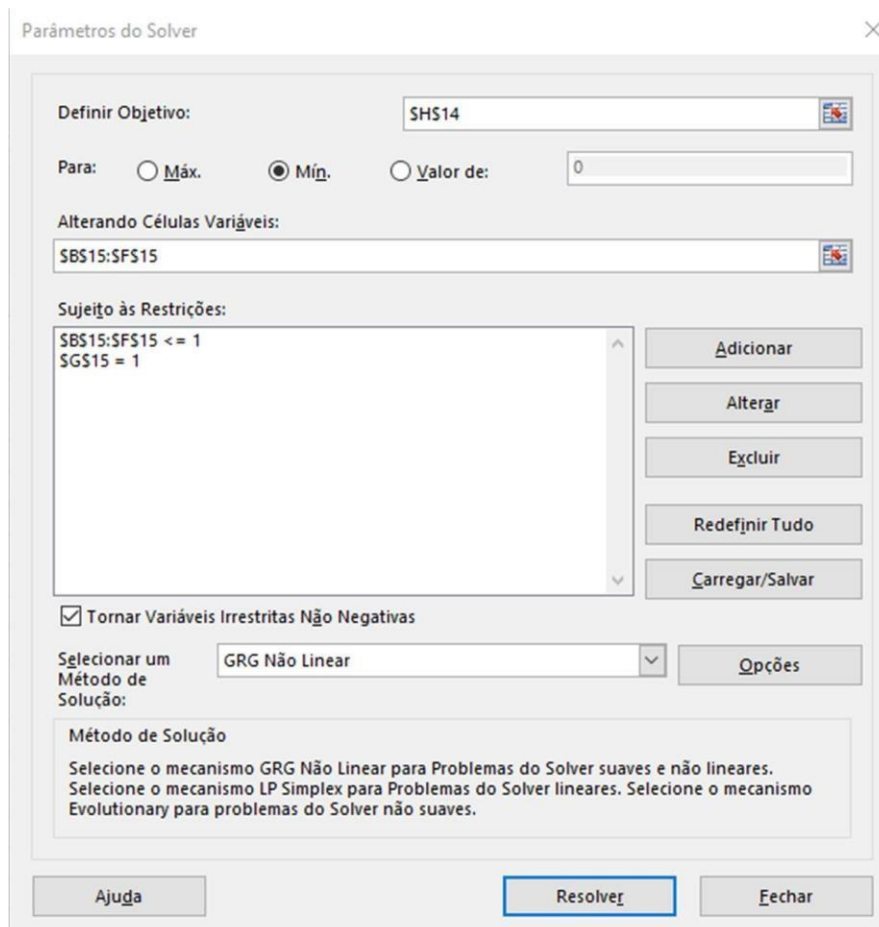
5.1 Cálculo de diversificação no Excel© aliado ao Solver para a solução de problema

Para utilizar a ferramenta Solver é necessário fazer a instalação dela na aba “Suplementos” do Excel©.

Figura (05). Tela do Excel©. para instalação do Solver

Fonte: As autoras

Após a instalação da ferramenta, é possível programar o *software* para realizar a resolução do problema proposto. Os comandos para otimizar a distribuição de ativos da carteira são apresentados na figura a seguir:

Figura (06). Tela de Parâmetros Solver

No campo “Definir Objetivo”, a célula selecionada será a que apresenta o valor do risco total da carteira. Uma vez que o objetivo da diversificação é minimizar o risco da carteira, o campo “Mín.” também deverá ser selecionado.

O campo “Alterando Células Variáveis” é composto pelo percentual dos ativos na carteira, dessa forma o intervalo das células referentes ao percentual da composição de cada ação deverá ser selecionado.

Há a necessidade de definição de alguns parâmetros para que a composição de cada ativo varie apenas entre 0 e 100%. As restrições adotadas foram que o percentual de cada ativo deve ser igual ou menor do que 100% e que a soma do percentual de todos ativos deve resultar em exatamente 100%.

Tabela (07) – Composição da carteira (depois da diversificação)

	Ambev/ ABEV3	Vale/ VALE3	Eletrobrás/ ELET6	Americanas/ AMER3	ITUB4	Total	Total Carteira
Retorno Médio	4,11%	35,97%	11,09%	44,91%	9,21%		16,80%
Risco	22,38%	28,21%	18,52%	60,99%	20,77%		9,31%
Carteira %	21,04%	28,85%	50,11%	0,00%	0,00%	100,00%	

Fonte: As autoras

Tabela (08) – Retornos das carteiras (depois da diversificação)

Período	Retorno Carteira
Período 1 (2017)	22,70%
Período 2 (2018)	15,65%
Período 3 (2019)	27,60%
Período 4 (2020)	17,94%
Período 5 (2021)	0,09%

Fonte: As autoras

Tabela (09) - Comparação

	Carteira não otimizada	Carteira otimizada	Diferença
Retorno Médio	21,06%	16,80%	4,26%
Risco	20,63%	9,31%	11,32%

Fonte: As autoras

A tabela 07 apresenta o resultado da diversificação dos ativos na carteira após a utilização do Solver. Após a otimização das ações o retorno médio da carteira representou um índice de 16,80%, enquanto o risco caiu para 9,31%. Os dados da tabela 08 são os retornos da carteira em cada período após a diversificação.

Observa-se que a diminuição do risco foi de 11,32% em relação a composição inicial da carteira e o retorno médio diminuiu apenas 4,26%, conforme a tabela 09 demonstra.

Tabela (10) – Confrontação de índices anuais: Carteira Otimizada e IBOVESPA

Período	Retorno médio carteira	Retorno médio IBOVESPA	Confrontação
2017	22,70%	26,86%	4,16%
2018	15,65%	15,03%	-0,62%
2019	27,60%	31,58%	-3,98%
2020	17,94%	2,92%	-15,02%
2021	0,09%	-11,93%	-11,84%

Fonte: As autoras

Para confrontar os índices da carteira com o mercado financeiro brasileiro foi elaborada a tabela 10, a qual confronta os retornos da carteira após a diversificação e os retornos anuais da IBOVESPA (B3, 2022).

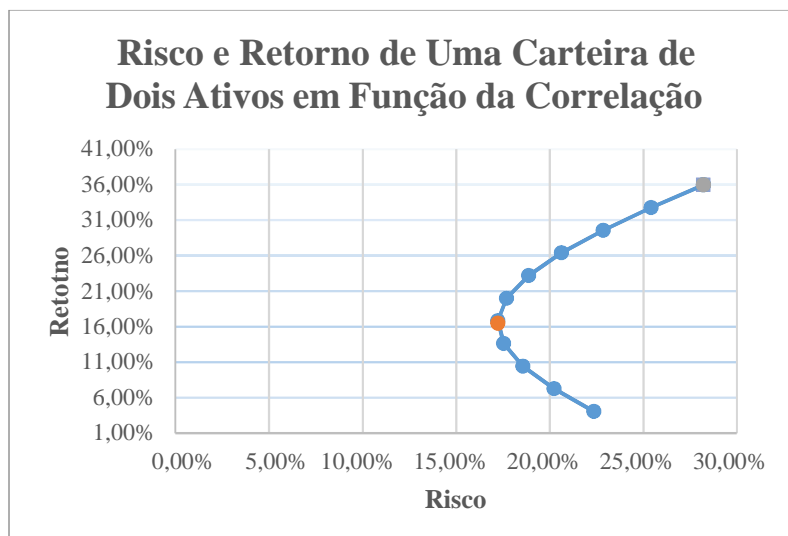
Com o objetivo de aprimorar o entendimento e por consequência facilitar a visualização do funcionamento da correlação, foi elaborado um gráfico de comparação para a combinação das ações ABEV3 e VALE3, dupla que compõem a carteira proposta. Observa-se na tabela 11:

Tabela (11) - Risco e retorno de uma carteira de dois ativos em função da correlação

<u>ABEV3</u>	<u>VALE3</u>	<u>Retorno</u>	<u>Risco</u>
100,00%	0,00%	4,11%	22,38%
90,00%	10,00%	7,30%	20,25%
80,00%	20,00%	10,48%	18,60%
70,00%	30,00%	13,67%	17,57%
60,00%	40,00%	16,85%	17,26%
50,00%	50,00%	20,04%	17,72%
40,00%	60,00%	23,22%	18,89%
30,00%	70,00%	26,41%	20,65%
20,00%	80,00%	29,59%	22,87%
10,00%	90,00%	32,78%	25,42%
0,00%	100,00%	35,97%	28,21%
Melhor composição do Ativo 1 e Ativo 2:			
*Utilizando Solver			
61,03%	38,97%	16,52%	17,26%

Fonte: As autoras

Gráfico (01) - Risco e retorno de uma carteira de dois ativos em função da correlação



Fonte: As autoras

É importante ressaltar que o cálculo de correlação é feito a partir de dois ativos e as ações escolhidas como exemplo formam apenas uma das combinações possíveis.

6. Conclusão

A proposta do trabalho foi encontrar a melhor alocação do capital para o novo investidor, observando as possíveis restrições de conhecimento sobre o mercado de capitais que podem gerar uma dificuldade quando se trata da ótima diversificação de ativos.

Como foi observado na tabela 02, se o investidor apenas dividir aleatoriamente seu capital entre as ações de seu interesse, ele pode enfrentar um risco desnecessariamente alto em comparação ao retorno que poderia receber. Contudo, se o investidor optar por seguir o modelo de Markowitz proposto na teoria das carteiras, poderá diversificar seus ativos e obter um portfólio otimizado dentro da relação risco-retorno, conforme os dados apresentados na tabela 07.

Com a utilização das planilhas eletrônicas e da ferramenta Solver, a seleção de carteiras pode ser realizada de maneira relativamente fácil, pois a melhor combinação para uma carteira otimizada é rapidamente encontrada.

As técnicas de otimização podem prover um auxílio importante no momento de se decidir pela diversificação de um investimento. A literatura fala constantemente sobre as vantagens da diversificação para a redução do risco, aqui essa vantagem foi mostrada através de um exemplo prático. A utilização da planilha eletrônica facilitou o cálculo da carteira, possibilitando que mesmo os investidores com poucos conhecimentos do mercado de capitais possam selecionar carteiras que atendam suas exigências.

Dessa forma, os resultados apresentados nessa pesquisa mostram a eficiência da diversificação de ativos através de ferramentas de otimização de fácil acesso, nesse caso o Excel©. Deve-se ressaltar, entretanto, que o desempenho atingido no período não garante o desempenho futuro dos ativos, e, portanto, não se deve restringir o processo de tomada de decisão à otimização de carteiras. É bastante razoável essa afirmação, uma vez que o desempenho de um ativo está ligado a diversos fatores que não só o comportamento passado, dado o dinamismo do mercado em geral.

REFERENCIAS

ALMONACID, G. A. **Aplicabilidade da Teoria de Markowitz para Investimentos em Ativos do Real Estate: Estudo de Caso de uma Carteira Mista**. 2010. 76 f. Monografia (MBA-USP – Real Estate Economia e Mercados) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010.

ASSAF NETO, Alexandre. **Mercado Financeiro**. 11 ed. São Paulo: Atlas, 2012.

AZAMBUJA, Ana Maria V. **Análise de eficiência na gestão do transporte urbano por ônibus em municípios brasileiros**. 2002. 410f. Tese (Doutorado em engenharia) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002.

B3. **Índices Bovespa (Ibovespa B3)**, 2022. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa-estatisticas-historicas.htm. Acesso em: 06 dez. 2022.

BANKS, Erik. *The Palgrave Macmillan dictionary of finance, investment and banking*. Basingstoke: Palgrave Macmillan, 2010, p. 282.

BERNSTEIN, Peter L. **Desafio aos Deuses: A Fascinante História do Risco**. 2.ed. [S. l.]: Editora Campus, 1997.

BRIGHAM, Eugene F, GAPENSKI, Louis C, EHRTARDT, Michael C. **Administração financeira: teoria e prática**. Tradução Alexandre Loureiro Guimarães Alcântara, José Nicolas Albuja Salazar; revisão técnica José Carlos Guimarães Alcântara. São Paulo: Atlas, 2001.

COLLIN, P. H. *Dictionary of banking and finance*. Teddington: Peter Colling Publishing, 1996, p. 127.

FUNDAMENTUS. **Fundamentus, investa consciente**, 2022. Disponível em: <https://www.fundamentus.com.br/>. Acesso em: 06 dez. 2022.

GONÇALVES JR, Cléber; PAMPLONA, Édson de O; MONTEVECHI, José A. B. **Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de planilhas eletrônicas)**. In SIMPEP 9. 2002, Bauru, 2002.

INVESTIDOR. In: DICIO, **Dicionário Online de Português**. Porto: 7 Graus, 2022.

Disponível em: <https://www.dicio.com.br/investidor/>. Acesso em: 23 out. 2022.

MARKOWITZ, Harry. "**Portfolio Selection.**" *Journal of Finance (USA)* 7 (March 1952): 77-91 p.

MARQUES, Albertino. **Conceção e Análise de Projetos de Investimento**. 4 ed. Lisboa: Edições Sílabo, 2014.

MENDES, Diego. **Número de investidores na bolsa cresce 15% em 2022 apostando na diversificação.** CNN Brasil, 2022. Disponível em: <https://www.cnnbrasil.com.br/business/numero-de-investidores-na-bolsa-cresce-15-em-2022-apostando-na-diversificacao/>. Acesso em 15 nov. 2022.

ROSENBERG, Jerry M. *Dictionary of investing*. New York: John Wile & Sons, 1992, p. 168.

ROSS, Stephen A; WESTERFIELD, Randolph W. JORDAN, Bradford D. **Princípios de administração Financeira**. Tradução Andrea Maria Accioly Fonseca Minardi. Revisão técnica Antonio Zoratto Sanvicente. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2000.

SECURATO, José Roberto. **Decisões Financeiras em condições de risco**. 2. ed. São Paulo: Editora Saint Paul, 2007.

SHARPE, William F. "**Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk.**" *The Journal of Finance (New York)* Vol XIX, 3 (September 1964): 425-442.